



Prin noi, vei fi **tu** cel mai bun!

Concursul de Matematică „Traian Lalescu”

Ediția a XXVI-a, 10 mai 2025

Barem de corectare

1. Aflați numărul natural x care verifică relația: $3 + [71 - (17 - x) : 5] : 3 = 26$.

Soluție. $71 - (17 - x) : 5 = 69$ (5p), $17 - x = 10$, deci $x = 7$ (5p).

2. Determinați numărul natural $\overline{ab}$, știind că $\overline{ba}$ împărțit la suma cifrelor sale dă câtul 4 și restul 12.

Soluție. Egalitatea $\overline{ba} = 4 \cdot (a + b) + 12$ (3p) este echivalentă cu $10 \cdot b + a = 4 \cdot a + 4 \cdot b + 12$, de unde $6 \cdot b = 3 \cdot a + 12$, deci $2 \cdot b = a + 4$ (2p). Observăm din ultima egalitate că cifra nenulă a trebuie să fie pară, ceea ce ne conduce spre următoarele valori pentru numărul $\overline{ab}$: 23, 44, 65 și 86. Impunând și condiția restului, $a + b > 12$ (2p), obținem că singura soluție este $\overline{ab} = 86$ (3p).

3. Ana, Bogdan și Corina au împreună 93 de ani, vârstele lor fiind exprimate prin numere naturale. Când Corina avea vârsta actuală a lui Bogdan, Bogdan avea vârsta actuală a Anei. Aflați câți ani are Bogdan în prezent.

Soluție. Notăm cu b vârsta actuală a lui Bogdan. Observăm că diferența de vârstă dintre Bogdan și Ana este egală cu cea dintre Corina și Bogdan; notăm cu x această diferență. Atunci vârsta Anei, exprimată în ani, este egală cu $b - x$, iar vârsta Corinei este egală cu $b + x$ (2p) și suma vârstelor celor trei persoane este $b - x + b + b + x = 93$ (3p), de unde $3 \cdot b = 93$ și $b = 31$ de ani (5p).

4. În tabelul de mai jos, literele reprezintă numere naturale și fiecare număr, începând cu al treilea (de la stânga la dreapta), este cu 4 mai mare decât jumătatea sumei celor două numere scrise imediat la stânga sa. Calculați suma $M + A + T + E$.

M	12	A	16	T	E
-----	----	-----	----	-----	-----

Soluție. Din $16 = 4 + (12 + A) : 2$ obținem $A = 12$ (3p) și din $A = 4 + (M + 12) : 2$ obținem $M = 4$ (2p). Din $T = 4 + (A + 16) : 2$ rezultă $T = 18$ (2p), iar din $E = 4 + (16 + T) : 2$ aflăm $E = 21$ (2p). Valoarea sumei $M + A + T + E = 55$ (1p).

5. De ziua lui de naștere, Dan dorește să împartă cu prietenii toate bomboanele și toate prăjiturile pe care le are, în mod egal. El constată că, pentru a mânca fiecare persoană câte 2 prăjituri și 9

bomboane, mai are nevoie de 7 bomboane, deși îi rămâne o prăjitură în plus. Știind că numărul total de bomboane este de 4 ori mai mare decât cel de prăjituri, aflați câți prieteni are Dan.

Soluție. Notăm cu b și cu p numărul de bomboane, respectiv cel de prăjituri pe care le are Dan și cu x numărul total de persoane (inclusiv Dan). Atunci $p = 2 \cdot x + 1$ și $b = 9 \cdot x - 7$ **(6p)**. Cum $b = 4 \cdot p$, **(2p)** obținem prin înlocuire că $9 \cdot x - 7 = 4 \cdot (2 \cdot x + 1)$, de unde $x = 11$ **(10p)**, iar Dan are 10 prieteni **(2p)**.

6. Pe Strada Calculelor, casele sunt numerotate cu numere naturale consecutive, fără a începe numerotarea de la 1. Diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr al unei case este egală cu 46. Domnul Observatorescu poate face cu ușurință calcule în minte și află imediat că suma tuturor numerelor impare ale caselor de pe această stradă este egală cu 759. Determinați cel mai mic număr folosit pentru numerotarea caselor de pe Strada Calculelor.

Soluție. Fie $x, x+1, x+2, \dots, x+n$ numerele naturale ale caselor de pe Strada Calculelor; atunci $x+n-x=46$, adică $n=46$, deci sunt 47 de numere consecutive **(5p)**. Suma numerelor impare este 759, adică un număr impar, prin urmare între cele 47 de numere consecutive se află 23 de numere impare și 24 de numere pare. Așadar, suma numerelor impare este $(x+1)+(x+3)+\dots+(x+45)=759$, de unde $23 \cdot x + 529 = 759$ și obținem $x=10$ **(15p)**.

7. Pe o foaie suficient de mare a fost scris, fără spații, numărul 2025 de 2025 de ori:

2025202520252025... 20252025

Doamna Cifrariu observă că unele secvențe de cel puțin două cifre **alăturate** se citesc identic de la stânga la dreapta sau invers (de exemplu 202 sau 52025) și le numește pe acestea *secvențe norocoase*.

a) Aflați numărul de apariții ale tuturor *secvențelor norocoase* de trei cifre în cadrul numărului 20252025.

b) Determinați ce rezultat a obținut doamna Cifrariu, numărând corect toate aparițiile *secvențelor norocoase* de cel mult cinci cifre din numărul scris inițial pe foaie.

Soluție. a) În cadrul numărului 20252025 sunt scrise 3 *secvențe norocoase*: de două ori 202 și o dată 252 **(5p)**.

b) Întrucât numărul scris inițial pe tablă nu conține două cifre identice alăturate, *secvențele norocoase* nu pot avea două sau patru cifre; așadar căutăm *secvențele norocoase* de trei sau de cinci cifre. *Secvențele norocoase* de trei cifre, care apar în numărul scris inițial pe foaie, sunt 202 și 252; 202 apare de 2025 de ori (în interiorul fiecărui număr 2025 scris), iar 252 apare doar de 2024 de ori **(5p)**. *Secvențele norocoase* de cinci cifre, care apar în numărul inițial, sunt 02520 și 52025, fiecare fiind scrisă de câte 2024 de ori **(5p)**. În total sunt $2025 + 3 \cdot 2024 = 8097$ de *secvențe norocoase* **(5p)**.

Notă. Orice altă soluție corectă primește punctajul corespunzător.